Feuille 2

I 1

a) $p(a,b) \wedge \neg p(f(a),b)$
$\equiv (0<1) \wedge \neg(1<1)$
Valide (il n'y a pas de variable libre)

b) $\exists y\ p(y,b)$
Valide (il suffit choisir $y=0$)

Remarque : $p(y,b)$ n'est que satisfiable
car on peut choisir $y=0, 1, \dots$

d) $\exists y\ p(y,x)$
satisfiable pour $x \geq 1$ (faux lorsque $x=0$
donc non valide)

e) $\forall x\ \exists y\ p(x,y)$
Valide : pour tout x, on peut choisir un y tel
que $x<y$ (il suffit de prendre $y=f(x)$)

c) $\forall x\ p(x,y)$
Faux, il n'existe pas de majorant ($f(y)<y$ est tjs
faux et $f(y)$ peut prendre des
valeurs permises pour x)

f) $\exists y\ \forall x\ p(x,y)$
Faux (même raisons)

g) $\exists y\ ((p(y,a) \vee p(f(y),b))$
$\exists y\ \ y<0 \vee f(y)<1$: Faux

Interprétation I2

a) $0 < 5 \wedge \neg(1 < 5)$
Faux

b) $\exists y \; l(y) < 5$ valide (y doit être une liste de moins de 5 élts)

c) $\exists y \; l(y) < l(x)$
satisfiable (lorsque x est ≠ liste vide)

d) $\forall x \exists y \; l(x) < l(y)$
Valide $y = cons_1(x)$

e) $\forall x \; l(x) < l(y)$ Faux

f) $\exists y \forall x \; l(x) < l(y)$ "

g) $\exists y \; l(y) < 0 \vee l(f(y)) < 5$ Valide $l(y) < 4$

2) a) $D_{I_1} = N$, $P(x)$: x est pair, $Q(x)$: x est impair

b) $D_{I_2} = N$ $p(x,y)$: $x < y$
Si le domaine est réduit à un élt, la formule peut se simplifier (on peut supprimer les quantificateurs)
$p(a,a) \wedge \neg p(a,a)$ qui est tjrs faux

3) a) satisfiable pour $y = 0$
b) universlt valide : se réécrit en $\exists x \; \neg Q(x) \vee Q(x)$
c) Faux (pas d'élt inverse pour l'addition dans les entiers positifs)
e) Valide dans I (addition est commutative)
Non universlt valide, il suffit de remplacer l'addition par la division