TD Logique Feuille 1

Syntaxe

1. **Formules**

   On considère les symboles suivants :

   Symboles de prédicats : {P(0-aire), Q(0-aire), p(2-aire), q(2-aire)}

   Symboles de fonctions : {a(0-aire), b(0-aire), f(3-aire), g(2-aire)}

   Parmi les expressions suivantes, lesquelles sont des formules logiques du premier ordre ?

   (a) $\forall\, x\, (P \vee p(x, f(Q, a, b))) \wedge \neg a$ Ko
   (b) $\forall\, x\, (P \vee p(x, f(x, a, b))) \wedge \neg Q$
   (c) $\forall\, P\, (P \vee p(x, f(y, a, b))) \wedge \neg Q$ Ko
   (d) $\exists\, x\, \forall\, y\, q(x, g(x, a)) \vee (p(x, y) \wedge \neg Q)$

2. **Un peu de formalisation**

   Soit le prédicat p tel que : p(x,y,l) signifie "x et y parlent la langue l".

   Exprimer :

   - tout le monde parle une langue $\forall x\ \exists l\ p(x, x, l)$
   - il existe une langue universelle $\exists l\ \forall x\ p(x, x, l)$
   - il existe une personne qui parle toutes les langues $\exists x\ \forall l\ p(x, x, l)$
   - deux individus quelconques peuvent communiquer par le biais d'un interprète.
     $\forall x\, \forall y\ \exists l_1, \exists l_2, \exists z\ p(x, z, l_1) \wedge p(y, z, l_2)$

3. **Ambigüité de la langue naturelle**

   - En notant H(x) le fait que x est un homme et M(x) le fait que x est mortel exprimer : "tous les hommes sont mortels" $\forall x\ H(x) \Rightarrow M(x)$
   - En notant H(x) le fait que x est un homme et M(x) le fait que x est un menteur, exprimer "tous les hommes ne sont pas des menteurs" $\neg\, (\forall x\ H(x) \Rightarrow M(x))$
   - En notant H(x) le fait que x est un homme, F(x) le fait que x est une femme et B(x) le fait que x est bienvenu, exprimer : "hommes et femmes sont les bienvenus" $\forall x\ H(x) \vee F(x) \Rightarrow B(x)$

4. **Formalisation (bis)**

   Soit le langage du premier ordre formé de l'ensemble des variables $V = \{x, y, z\}$, des symboles fonctionnels 0-aire *a,b*, du symbole fonctionnel 1-aire *emp*, des symboles de prédicat 1-aire *renouv* et des symboles de prédicat 2-aire *plusPerf, egal, inf*.

   Dans ce langage, exprimer les énoncés suivants (expliquer comment vous avez interprété les symboles) :

(a) Il existe des énergies renouvelables plus performantes que l'énergie nucléaire.

(b) L'énergie solaire est l'unique énergie renouvelable qui est plus performante que l'énergie nucléaire.

(c) Il existe une énergie renouvelable qui est plus performante que l'énergie nucléaire et qui est plus performante que les autres énergies renouvelables.

(d) Si deux énergies renouvelables ont la même empreinte écologique, alors si l'empreinte écologique de la première est inférieure à l'empreinte écologique du nucléaire, l'empreinte écologique de la seconde est aussi inférieure à l'empreinte écologique du nucléaire.

5. **De la musique**

Exprimer "Certains polytech'Niciens ne deviendront jamais violoncellistes ni clarinettistes", puis prendre la négation logique de la formule correspondante et traduire en français la formule obtenue.

$\exists x\ polyN(x) \wedge \neg DViol(x) \wedge \neg DClar(x)$

$\forall x\ polyN(x) \Rightarrow DViol(x) \vee DClar(x)$

ts les polyN deviendront violon.. ou clari...

6. **Quantificateurs**

On considère l'ensemble de couleurs {bleu, vert, rouge, jaune } et les deux phrases :

F1 : il existe une couleur primaire,

F2 : toutes les couleurs sont des couleurs primaires.

Formaliser ces deux phrases sans utiliser de quantificateur. Remarque : vous pouvez utiliser les connecteurs $\vee$ et $\wedge$ et utiliser le fait que le domaine est fini.

4) a : nucléaire b : solaire emp(x) : empreinte écologique de x

plusPerf(x, y) : x plus performant que y renouv(x) : x est renouvelable

a) $\exists x\ renouv(x) \wedge plusPerf(x, a)$

b) $plusPerf(b, a) \wedge \forall x\ \neg egal(x, b) \Rightarrow \neg plusPerf(x, a)$

c) $(\exists x\ renouv(x) \wedge plusPerf(x, a)) \wedge \forall y\ renouv(y) \wedge \neg egal(x, y) \Rightarrow plusPerf(x, y)$

d) $\forall x\ renouv(x) \wedge \forall y\ renouv(y) \wedge egal(emp(x), emp(y))$
$\Rightarrow inf(emp(x), emp(a)) \Rightarrow inf(emp(y), emp(a))$

6) F1 : primaire(bleu) $\vee$ primaire(vert) $\vee$ primaire(rouge) $\vee$ primaire(jaune)

F2 : —— $\wedge$ —— $\wedge$ —— $\wedge$ ——