TD 0

| Discuter de l'interprétabilité

$X+1 \overset{?}{=} +(X, 1)$ ou nombre

1) Utiliser l'implication

Si X alors Y $\equiv$ $X \Rightarrow Y \equiv \neg X \vee Y$

2) Construction classique des tables de vérité

3) a) $\neg(((A \Rightarrow B) \vee C) \wedge A) \vee (D \wedge \neg C) \wedge B$

$\neg((\neg A \vee B \vee C) \wedge A) \wedge (\neg D \vee C) \wedge B$

$((A \wedge \neg B \wedge \neg C) \vee \neg A) \wedge (\neg D \vee C) \wedge B$

$\cancel{(A \vee \neg A)} \wedge (\neg B \vee \neg A) \wedge (\neg C \vee \neg A) \wedge (\neg D \vee C) \wedge B$

b) $(A \Leftrightarrow B) \vee ((\neg C \vee \neg D) \wedge D \wedge \neg A)$

$((A \Leftrightarrow B) \vee \neg C \vee \neg D) \wedge ((A \Leftrightarrow B) \vee D) \wedge ((A \Leftrightarrow B) \vee \neg A)$

$(\neg A \vee B \cancel{\vee \neg C \vee \neg D}) \wedge (A \vee \neg B \vee \neg C \vee \neg D) \wedge (\cancel{\neg A \vee B} \vee D) \wedge (A \vee \neg B \vee D)$

$\wedge (\neg A \vee B) \wedge (\cancel{A \vee \neg B \vee \neg A})$

(Simplifications non demandées)

4. a) 3 phrases

A : BBlanc

B : $\neg$ B Bleu

C : $\neg$ BBlanc

A1 : Au plus une affirmation est vrai

On peut remarquer que $A \vee C$ est tjrs vrai donc B doit être faux et on déduire que le badge est dans la boite bleu.

On peut aussi formaliser A1

$\neg(A \wedge B) \wedge \neg(B \wedge C) \wedge \neg(A \wedge C)$

en substituant C par $\neg A$ on obtient

$\neg(A \wedge B) \wedge \neg(B \wedge \neg A) \wedge \neg(A \wedge \neg A)$

$\equiv (\neg A \vee \neg B) \wedge (\neg B \vee \neg A) \equiv (\neg A \wedge (\neg B \vee \neg A)) \wedge (\neg B \wedge (\neg B \vee \neg A$

$\equiv \neg A \wedge \neg B$

C'est à dire que le badge n'est pas dans la blanche mais dans la bleu

4. b) A : $\neg$BBleu B : $\neg$BBleu C : BM

Au moins une phrase vraie : $A \vee B \vee C$

Au moins une phrase fausse : $\neg(A \wedge B \wedge C)$

en substituant B par A on obtient

$(A \vee C) \wedge \neg(A \wedge C)$ - solution A vrai et C faux

$\equiv (\neg BBleu \vee BM)$

$\wedge \neg(\neg BBleu \wedge BM)$

Le badge n'est pas dans la boite bleu et n'est pas dans la boite multicolor

↳ Donc il est dans la blanc

- Solution 2 :

A faux et C vrai : le badge est dans la boite bleu et dans la boite multi. Solution incorrecte ... on a oublié de dire qu'il n'y avait qu'un badge !

$\neg(BM \wedge BBlanc) \wedge \neg(BBlanc \wedge BBleu) \wedge \neg(BM \wedge BBleu)$

$\equiv (\neg BM \vee \neg Blanc) \wedge (\neg BBlanc \vee \neg BBleu) \wedge (\neg BM \vee \neg BBleu)$

4b suite

D'où $(\neg BBleu \vee BM) \wedge (\neg BM \vee \neg BBleu)$

$\wedge \quad (BBleu \vee \neg BM)$

$\wedge \quad (\neg BM \vee \neg Blanc) \wedge (\neg BBlanc \vee \neg BBleu)$

$\equiv \neg BBleu \wedge \neg BM$

Là on peut déduire que le badge n'est ni dans les boîtes bleues, ni la boîte blanche.

5/

PC1 : Il y une princesse ds C1
PC2 : " " " " C2
TC1 : " " tigre " C1
TC2 : " " " " C2

Dans chaque cellule il y a soit un tigre, soit une princesse

A1 : $(PC1 \vee TC1) \wedge \neg(PC1 \wedge TC1) \wedge (PC2 \vee TC2) \wedge \neg(PC2 \wedge TC2)$

E1 : $PC1 \vee PC2$ E2 : $PC1$

Ph1 $PC1 \Rightarrow PC1 \vee PC2 \equiv \neg PC1 \cancel{\vee PC1} \vee PC2$ (tautologie)

Ph2 $TC1 \Rightarrow \neg(PC1 \vee PC2) \equiv \neg TC1 \vee (\neg PC1 \wedge \neg PC2)$

$\equiv (\neg TC1 \vee \neg PC1) \wedge (\neg TC1 \vee \neg PC2)$

Ph3 $PC2 \Rightarrow \neg PC1 \equiv \neg PC2 \vee \neg PC\underline{1}$

Ph4 $TC2 \Rightarrow PC1 \equiv \neg TC2 \vee PC\underline{1}$

On peut construire la table de decision et chercher pour quelles valeurs de PC1, PC2, TC1, TC2 la formule $A1 \wedge Ph2 \wedge Ph3 \wedge Ph4$ est vrai.

On peut aussi simplifier la formule en remarquant $TC1 \equiv \neg PC1$ et $TC2 \equiv \neg PC2$. D'où

A1 $\underbrace{(PC1 \vee \neg PC1)}_{\equiv T} \wedge \neg(PC1 \wedge \neg PC1) \wedge (PC2 \vee \neg PC2) \wedge \neg(PC2 \wedge \neg TC2)$

Ph2 $(\cancel{PC1 \vee \neg PC1}) \wedge (PC1 \vee PC2)$

Ph3 $\neg PC2 \vee \neg PC1$ Ph4 : $PC1 \vee PC1 \equiv PC1$

D'où $PC1 \wedge (PC1 \vee PC2) \wedge \neg(PC1 \wedge PC2) = A2$

On peut là encore construire la table de verité avec 2 variable

on remarque que A2 n'est vrai que si PC1 est vrai et PC2 faux

6)

Est ce qu'un habitant de Manichées qui répond systématiquement le contraire de vous me répondrait "oui," si je lui demandais si la station est à gauche ?

Supposons que la station est à gauche

Cas A

H1 : menteur

H2 : dit la vérité

Réponse H2 : oui

" H1 : non

Cas B

H1 : dit la vérité

H2 : menteur

Réponse H2 : non

" H1 : non

non