

Automates Cellulaire :

- Configuration : affectation à chaque cellule d'un état

Système dynamique associé :

Un automate cellulaire définit un système qui :

- Dépend du temps :

un état du système est une configuration $x(t)$ dont l'état futur dépend des états présent et passés

- Evolution de manière déterministe : pas d'ambiguïté, pas d'aléatoire

Un automate cellulaire est un **système dynamique**

$\langle X, F \rangle$ est le système dynamique associé à un AC où :

$X = \{0, 1\}^n$, ensemble des configurations du système

$F : \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}^n$, fonction de transition globale :

$$\forall x \in \{0, 1\}^n \forall i \in \{1, \dots, n\} F(x)_i = f(x_{i-1}, x_i, x_{i+1})$$

Automates Cellulaire :

Un automate cellulaire (AC) est quadruplet (L, A, I, f) où :

$L \subset \mathbb{Z}^D$ est une grille régulière de cellules

A est un ensemble fini d'états

$$I = \{u_1, u_2, \dots, u_s\} \subset \mathbb{Z}$$

D un voisinage

$f : A^{|I|} \rightarrow A$ une règle locale

Une configuration est une fonction $x : L \rightarrow A$ qui associe à chaque cellule $v \in L$ l'état $x_v \in A$

Système dynamique associé :

$\langle X, F \rangle$ est le système dynamique associé à l'AC (L, A, I, f) où :

$X = AL$, ensemble des configurations du système

$F : AL \rightarrow AL$, fonction de transition globale :

$\forall x \in AL \forall v \in L F(x)v = f(xv+u_1, \dots, xv+u_s)$

// ! \ \ Voisinage von Neumann : 5 cellules -- Moore : 9 cellules

Automate de Von Neumann (1947) :

- 29 états, construit à partir d'une propriété d'universalité

- Organisation logique suffisante pour assurer l'auto-réplication

⇒ Preuve conceptuelle et effective de la simplicité des mécanismes d'auto-réplication

Automate de Langton :

- Considérer que les éléments nécessaires, pas d'universalité

8 états, 29 règles élémentaires,

Fabrication d'une 'membrane' et transport du matériel 'génétique' reproducteur

Jeu de la vie :

Une modélisation d'un processus de vie et de mort d'individus 1 : cellule active ("vivante"), 0 : cellule inactive ("morte"),

Grille 2D et voisinage de Moore

Règles :

Une cellule inactive entourée de 3 cellules actives devient active ("naissance") Une cellule active entourée de 2 ou 3 cellules actives reste active

Dans tous les autres cas, la cellule reste ou devient inactive ("meurt")

Passage d'un modèle discret a continu :

Lorsque trop grand nombre d'éléments rend inopérant leur description (trop grand nombre de degré de liberté)

Lorsque l'échelle d'observation est très supérieure à l'échelle typique des phénomènes élémentaires

Passage d'un modèle continu à discret

Elagage adéquat des degrés de liberté

Permet l'étude numérique (informatique !), approche analytique (énumération exacte)

Morphogenèse :

Processus qui déterminent la structure des organismes vivants :
morphogénèse animale et végétale

Processus de développement des formes organisme au cours de
l'embryogenèse

Modèle drapeau français : 2 seuils d'activation permettant de définir les 3
régions de couleur

- Les cellules les plus proches de la source auront un destin bleu, plus loin blanc, et plus éloignées rouge

Modèle de Turing :

Hypothèse : un infime excès de l'activateur **A** peut se former à un endroit
sous l'effet des mouvements aléatoires des molécules

- Les mécanismes d'activation entraînent à cet endroit une production supplémentaire de **A** ainsi qu'une production de **I**
- Un pic de **A** et de **I** va se former
- **I** diffuse plus vite que **A** donc le pic de **I** s'étale plus largement que celui de **A**
- Il y aura un déficit en **I** au centre du pic et par contre un excès de celui-ci sur les bords du pic
- Cela entraîne une localisation du pic d'activateur dans l'espace
- A distance suffisamment grande du premier pic, l'influence de l'inhibiteur faiblit et d'autres pics d'activateur peuvent se former

Modèle de schelling :

des comportements locaux **intolérants** conduisent `a une **forte Agrégation** globale et inversement

Le "Monde" est constitué de nombreux agents placés sur une grille toroïdale (A = ensemble des agents)

La perception de chaque agent est limitée à son voisinage immédiat (8 voisins)

Chaque agent possède son propre type ; il y a deux types possibles ; un agent ne peut pas changer de type

Il existe des places libres (V = ensemble des places vacantes) Un agent peut se déplacer sur la grille vers une place vacante Une place contient au plus un agent

La tolérance est un nombre réel dans $[0..1]$ qui indique, `a chaque instant t, le seuil en dessous duquel un agent est satisfait

A chaque instant t, la Tolérance requise pour un agent ai dépend de son propre type et de celui de ses voisins

tous les agents ont le même seuil de tolérance ce seuil est constante

les agents sont dit tolérants si la tolérance est supérieure à 0.5 et intolérants sinon

A chaque instant, la motivation de chacun dépend de sa propre satisfaction

un agent satisfait reste à sa place

un agent insatisfait est motivé pour se déplacer vers une place vacante

Modèle EF : Eloge de la Fuite

Pour chaque agent insatisfait, une cellule de la grille est choisie au hasard et l'agent s'y déplace si et seulement si elle est vacante

EF+ :

si un agent est insatisfait et ne peut pas se déplacer
il peut considérer que cette situation intenable imposé, comme il ne peut pas changer le monde, il doit agir sur lui-même, et donc augmenter insensiblement son seuil de tolérance

EF - +

Un agent insatisfait peut soit se déplacer vers une place vide soit augmenter sa tolérance s'il ne peut pas se déplacer

Un agent satisfait demeure sur place et diminue sa tolérance si celle-ci est inutilement élevée

Théorie des jeux

Ultimatum : une pièce est lancé pour décider de celui qui fait une offre sur un montant donné, si le receveur accepte l'argent est partagé, sinon personne n'en obtient (66% des offres entre 40% et 50% sont accepté)

Dilemme social : les coopérateurs soutiennent le bien commun malgré un certain coût personnel alors que les traîtres tentent d'exploiter les ressources en évitant le coût de cette exploitation. Un groupe de coopérateurs fait mieux qu'un groupe de traître, un traître dans un groupe fait mieux qu'un coopérateur -> (exemple silence rock)

Jeux évolutionnistes :

Si A joue contre A : gain a

A contre B, gain b

B contre A, gain c

B contre B, gain d

A est un équilibre de Nash strict si $a > c$, A est un équilibre de Nash si $a \geq c$

B est un équilibre de Nash strict si $d > b$, et équilibre de Nash si $d \geq b$
(exemple, jeu des prisonniers avec dénonciation)

Modèle Intelligence Collective : Insecte Sociaux

Points communs qui caractérisent l'intelligence collective:

les individus sont **grégaire**s car ils obtiennent un avantage substantiel à chasser, se déplacer ou vivre en groupe

interagissent de manière **locale** par le moyen de signaux (grognement, phéromones, attitudes)

l'individu seul répond instinctivement à certains stimuli

la coordination **du groupe est implicite** et se fait au travers de règles comportementales très simples au niveau individuel

Pour les fourmis, chacune dépose une phéromone pour indiquer le chemin, et les autres les suivent, avec un premier choix de déplacement aléatoire pour trouver la nourriture

Réseaux Sociaux : je connais quelqu'un qui connaît quelqu'un qui connaît une star, je suis à 3 personnes d'une star

Graphe aléatoire de Gilbert :

$G_{n,p}$ est un graphe à n noeuds dans lequel un arc (v,w) existe avec une probabilité p .

si $m \equiv p.n$ les deux modèles $G_{n,m}$ et $G_{n,p}$ sont presque interchangeable.

Chaos Déterministe :

La théorie du chaos nous aide à comprendre les limites du pouvoir prédictif de la science

Théorème de Sarkovsky : Si une fonction *continue* a un point périodique d'ordre **trois**, alors elle possède des points périodiques de tout ordre

Equation logistique : On considère que le taux de croissance R diminue avec l'augmentation de la population (i.e. la quantité de nourriture disponible pour chaque animal diminue quand la population croît) : $R = r.(1 - \frac{A_n}{A_{max}})$

r = facteur de fécondité.

A_{max} la limite supérieur de la pop

A_n le nombre d'animaux

Diffusion et Percolation :

Modèle de propagation de maladie :

SI -> un individu peut-être dans l'état S : susceptible d'être infecté, ou I : infecté

Un individu devient infecté au contact d'un individu infecté selon le taux Beta

SIR -> Un individu peut-être dans l'état S, susceptible d'être infecté, I infecté, ou R immunisé.

Un individu S devient infecté au contact d'un individu infecté selon le taux Beta

Un individu infecté devient immunisé selon le taux gamma

Percolation : utilisation des méthodes de Monte-Carlo pour analyser la pénétration d'un fluide dans un labyrinthe de passage ouvert ou fermé

Exemple : maladie avec les « murs » qui empêche la diffusion partout

