

Corrigé examen Calculabilité et Complexité

Exo 4 année 2006/07 page 1

Q : Sauriez-vous écrire un programme RAM dont la fonction calculée n'est pas p.p.r. ?

R : Non, chaque programme RAM calcule une fonction PPR. Les instructions, séquences et blocs sont PPR, donc forcément tout programme est PPR

Exo 2 année 2007/08 page 2

Q : Considérez la fonction suivante :

$$\forall n \in \mathbb{N}, f(n) = \begin{cases} f(n-2) + 2 & \text{si } n > 0 \\ 0 & \text{si } n = 0 \end{cases}$$

Est-ce que f est primitive récursive ? Est-ce que f est p.p.r. ?

R :

$$f(4) = f(2) + 2 = f(0) + 2 + 2 = 4$$

$$f(3) = f(1) + 2 = f(0) + 2 + 2 = 4$$

$$f(5) = f(3) + 2 = 6$$

$$f(6) = f(4) + 2 = 6$$

$$f(n) = 2 \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor = \begin{cases} n & \text{si } n \bmod 2 = 0 \\ n + 1 & \text{sinon} \end{cases}$$

Donc $f(n)$ est PR

Elle est PPR puisque $PR \subset PPR$ donc toute fonction PR est PPR

Exo 3 année 2007/08 page 2

Q : Trouver la fonction calculée par le programme du listing ci-contre. Rappelons que les macros $\Pi_g(n)$ et $\Pi_d(n)$, vues en cours, servent à extraire la partie gauche de n et la partie droite de n , respectivement.

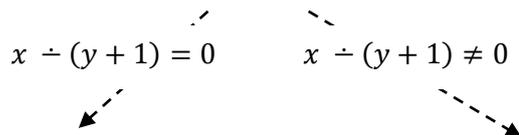
Par exemple, $\Pi_g(n) = x$ et $\Pi_d(n) = y$ si $n = \langle x, y \rangle$

```

R4 = R4 + 1
R2 =  $\Pi_g(R_0)$ 
R3 =  $\Pi_d(R_0)$ 
R3 = R3 + 1
R0 = R2 ÷ R3
if R0 ≠ 0 then gotof 2
if R4 ≠ 0 then gotof 2
R1 = R1 + 1
    
```

R :

PC	R_0	R_1	R_2	R_3	R_4
1	$\langle x, y \rangle$	0	0	0	0
2	$\langle x, y \rangle$	0	0	0	1
3	$\langle x, y \rangle$	0	x	0	1
4	$\langle x, y \rangle$	0	x	y	1
5	$\langle x, y \rangle$	0	x	$y + 1$	1
6	$x \div (y + 1)$	0	x	$y + 1$	1



PC	R_0	R_1	R_2	R_3	R_4
9	$x \div (y + 1)$	0	x	$y + 1$	1

PC	R_0	R_1	R_2	R_3	R_4
9	$x \div (y + 1)$	1	x	$y + 1$	1

Car on passe à l'instruction 7 qui vérifie

si $R_4 \neq 0$ or c'est vrai donc gotof 2

Donc c'est la fonction :

$$n = \langle x, y \rangle \rightarrow \begin{cases} 1 \text{ si } \Pi_g(n) > \Pi_d(n) \\ 0 \text{ sinon} \end{cases}$$

C'est un prédicat donc

Exo 2 Année 2006/07 page 1

Q : Considérez la fonction suivante :

$$\forall n \in \mathbb{N}, g(n) = \begin{cases} 1 & \text{s'il y a 9 symboles 1 consécutifs dans les } x \text{ premiers chiffres de } \pi \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Où $\pi = 3014159265358973238462 \dots$ Est-ce que g est p.p.r.

R : $g(n)$ est un prédicat

Donc elle est p.p.r

Et la négation d'un prédicat est aussi p.p.r.

C'est donc une composition de fonction p.p.r., elle est donc forcément p.p.r.