ALGEBRE

Minimum Syndical Partiel Algèbre

Index :

- Multiplication des matrices
- Rang d'une matrice
- Déterminant
- Ker
- Sev $\mathbb{R}^n$
- Diagonaliser

Multiplication des matrices:

$$\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha a + \gamma b & \beta a + \gamma b \\ \alpha c + \gamma d & \beta c + \delta d \\ \alpha e + \gamma f & \beta e + \delta f \end{pmatrix}$$

Rang des matrices:

Utilisation de Gauss :

$$\begin{array}{l} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{array} \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 7 & 6 & 4 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{array}{r} L_1 \\ L_2 \\ L_3 : L_3 - L_2 \end{array} \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 4 & 6 & 2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{array}{r} L_1 \\ L_2 \\ L_3 : L_3 - 2L_1 \end{array} \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Cette matrice est donc de rang 2.

Déterminant:

Det $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ = ad – bc

Si l'on permute 2 lignes d'une matrice, son déterminant sera multiplier par -1 .

Ker:

$(x_1, \dots, x_n)\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ = (0) $\leftrightarrow \begin{cases} xa + yb = 0 \\ xc + yd = 0 \end{cases}$

Ker $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 7 & 6 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ = $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3y + z = 0 \\ x + 2z = 0 \\ 7x + 6y + 4z = 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} x = -2z \\ 2(-2z) + 3y = -z \\ 7(-2z) + 6y = -4z \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2z = 0 \\ y - z = 0 \\ 3y - 5z = 0 \end{cases}$$

Sev $\mathbb{R}^n$:

Ensemble des solutions d'un système linéaire.

Taille du sev = dim KerA + rang A

Diagonaliser une matrice:

A = $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

P = $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$ est inversible car det P = -2 $\neq$ 0

P^{-1} = - $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ donc $P^{-1}AP$ = $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Retour page de cours du site

Retour en haut de page