

Prise de note Automates et Langages

Cours 1 : Automates finis déterministes

Dénombrabilité :

- Un alphabet Σ est un ensemble fini de symboles
- L'ensemble des mots Σ^* sur l'alphabet Σ

☞ (infini) dénombrable

- bijection sur \mathbb{N}
- infini le plus petit
- C'est un nombre fini de mots par génération inductive (taille des mots ...)

- L'ensemble des langages sur l'alphabet Σ

☞ Non-dénombrable

- infinité $> \mathbb{N}$, ($\mathcal{O}(\mathbb{R})$)

Preuve de non-dénombrabilité :

Preuve de non-dénombrabilité	
	σ_0 σ_1 σ_2 σ_3 σ_4 σ_5 σ_6 σ_7 σ_8 σ_9 σ_{10} σ_{11} σ_{12} σ_{13} σ_{14} ...
L_0	1 0 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 ...
L_1	1 0 0 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0 0 0 ...
L_2	0 1 0 0 1 1 1 0 0 0 0 1 0 0 0 ...
L_3	0 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 ...
L_4	0 0 1 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 0 0 ...
L_5	1 0 1 0 1 1 0 0 0 0 0 1 0 1 0 ...
⋮	

♦ soit L le langage tel que :
 $\sigma_i \in L$ ssi $\sigma_i \notin L_i$
 ♦ ici $L = \{\sigma_1, \sigma_2, \sigma_4, \dots\}$
 ♦ il ne figure pas dans notre liste donc elle est incomplète
 ♦ pour n'importe quelle liste, on peut exhiber un langage qui n'y appartient pas.
 ⇒ l'ensemble des langages sur Σ n'est pas dénombrable.

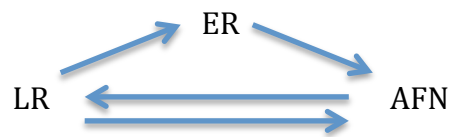
Ici les σ_i sont les mots, et les L_i les langages

Si l'ensemble des langages étaient dénombrables, alors on pourrait les mettre en bijection avec \mathbb{N} (et donc les numérotés : L_0, L_1, \dots)

On bâtit un langage L en prenant l'inverse de la diagonale : si $0 \notin L_0$, alors $0 \in L$
 Or il n'y a pas de langages listés dont le croisement de L_i avec L ne soit pas contradictoire

Donc si $L_{i_{\gamma_i}} \neq L_{\gamma_i}$, alors l'ensemble des langages sur Σ est non-dénombrable

Cours 2 : Théorème de Kleene



On peut passer d'un langage régulier à un automate fini par le biais des expressions régulières et inversement !

Pour passer d'un automate à une expression régulière, on utilise le langage associé à un état, c'est à dire qu'on fait de chaque état un état initial, et $L(A)$ vaut les mots à partir de chacun de ces états : $L_{q_1} = L(A)$