TD n°6

Grammaires algébriques (non-contextuelles)

Exercice 1) Considérons la grammaire G_1 suivante :

Grammaire G_1

Axiome = S
N = {S, K, E, C}
T = {'if', 'then', 'else', '*instructions*', '*condition*'}
P = { S $\rightarrow$ K S }
S $\rightarrow$ K S E S
S $\rightarrow$ *instructions*
K $\rightarrow$ 'if' C 'then'
E $\rightarrow$ 'else'
C $\rightarrow$ *condition*

1. Cette grammaire G_1 est-elle ambiguë ? Si oui, trouvez une chaîne terminale qui peut être engendrée de deux façons distinctes.
2. Sauriez-vous trouver une grammaire non ambiguë pour engendrer exactement le même langage ?

Exercice 2) On considère le langage de Dyck sur l'alphabet $\{(,)\}$, c'est le langage des parenthésages convenablement constitués. Tous les langages de programmation en contiennent une version plus au moins éloignée : `begin`...`end` en PASCAL, {...} en C et en JAVA.

1. Retrouvez une définition inductive du langage de Dyck.
2. Donnez une grammaire G_2 non-contextuelle pour engendrer les mots de ce langage.
3. Cette grammaire G_2 est-elle ambiguë ? Si oui, en existe-t-il une autre non-ambiguë ?
4. Vos grammaires sont-elles récursives à gauche ? Si oui, sauriez-vous retirer une telle récursivité ?

Exercice 3) Nous voulons modéliser la formation de tissu cellulaire filamenteux. Après des études approfondies, les chercheurs ont mis en évidence la structure fine du tissu. La paroi cellulaire est formée par une protéïne de type P. A l'intérieur d'une cellule on trouve une chaîne de protéïnes de type A ou B. Toutes les combinaisons possibles de A et B ont été observées.

Sauriez-vous écrire une grammaire qui modélise la formation de ce tissu ? Quel type de grammaire avez-vous obtenu ?

Imaginons maintenant que des études encore plus approfondies aient montré que, dans la chaîne de protéïnes contenue dans une cellule, la concentration des A est toujours supérieure à celle des B.

Sauriez-vous écrire une grammaire qui prend en compte ces nouvelles découvertes ? Est-ce que la grammaire que vous avez obtenue est régulière ?

Exercice 4) Trouvez des grammaires pour les langages algébriques suivants. Vous préciserez dans chaque cas si la grammaire vous paraît ambiguë ou pas. Si elle l'est, vous mettrez en évidence un mot avec deux dérivations distinctes.

1. $L_1 = \{0^i 1^j 0^k, i, j, k \in \mathbb{N}, i = j \text{ ou } j = k\}$
2. $L_2 = \{ww^R, w \in \{0,1\}^*\}$
3. $L_3 = \{w \in \{0,1\}^+, |\, w \,|_0 = |\, w \,|_1\}$