

TD n°5

Clôture des langages rationnels

Exercice 1) Voici les expressions régulières décrivant respectivement les langages L et K :

$$E_L : (0 + \varepsilon)(10)^*(1 + \varepsilon)$$

$$E_K : 1^*(01^*01^*)^*$$

1. Décrivez en français chacun des langages considérés.
2. Trouvez les deux automates finis minimaux \mathcal{A}_L et \mathcal{A}_K qui reconnaissent respectivement les langages L et K .
3. En utilisant le produit d'automates, construisez un automate fini \mathcal{I} pour reconnaître le langage $L \cap K$.
4. Adaptez la méthode précédente afin de construire un automate fini \mathcal{U} qui reconnaisse l'union des deux langages L et K .

Exercice 2) Utilisez le théorème de l'étoile afin de montrez que les langages suivants ne sont pas rationnels :

1. Carré = $\{ww, w \in \{0, 1\}^*\}$;
2. $P = \{0^p, p \text{ nombre premier}\}$.

Exercice 3) En utilisant les propriétés de clôture de la classe des langages rationnels, montrez que les langages suivants ne sont pas rationnels (*on raisonnera sur des langages dont on connaît déjà la rationalité ou la non-rationalité*) :

1. le langage $L = \{w \in \{0, 1\}^*, |w|_0 \neq |w|_1\}$.
2. le langage de Dyck sur l'alphabet $\{(,)\}$;