

TD n°4

Grammaires régulières

Exercice 1) Soit L le langage formé des mots sur l'alphabet $\Sigma = \{0, 1, 2\}$ tels que la somme de leurs lettres est congrue à 0 mod 3. Trouvez une grammaire régulière pour engendrer le langage L . Au besoin, partez d'un automate fini minimal.

Exercice 2) Considérons la grammaire G suivante :

$$\begin{array}{l} \text{Grammaire } G \\ \hline \text{Axiome} = S \\ N = \{S, X\} \\ T = \{0, 1\} \\ P = \{ S \rightarrow 0X \} \\ \quad X \rightarrow S1 \\ \quad X \rightarrow \varepsilon \end{array}$$

1. La grammaire G est-elle régulière ? Pourquoi ?
2. Quel est le langage $L(G)$ engendré par cette grammaire ?
3. Ce langage est-il rationnel ?

Exercice 3) Considérez les grammaires G_1 et G_2 suivantes :

$$\begin{array}{l} G_1 = (\{S, A\}, \{0, 1\}, P_1, S) \\ P_1 = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow \varepsilon | 0A \\ A \rightarrow 0A | 1A | \varepsilon \end{array} \right\} \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} G_2 = (\{S, A\}, \{0, 1\}, P_2, S) \\ P_2 = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow \varepsilon | A0 \\ A \rightarrow A1 | A0 | \varepsilon \end{array} \right\} \end{array}$$

1. Quels sont les langages respectivement engendrés par G_1 et par G_2 ?
2. Ecrivez une grammaire pour engendrer le langage $L(G_1) \cup L(G_2)$.
3. Ecrivez une grammaire pour engendrer le langage $L(G_1) \cap L(G_2)$.

Exercice 4) Considérons les quatre grammaires suivantes :

$G_1 = (\{S, A, B\}, \{0, 1\}, P_1, S)$ $P_1 = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow \varepsilon 0A B1 \\ A \rightarrow 1 S1 \\ B \rightarrow 0 0S \end{array} \right\}$	$G_2 = (\{S, A, B\}, \{0, 1\}, P_2, S)$ $P_2 = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow 1S 0A \\ A \rightarrow 1S 0B 0 \\ B \rightarrow 0 1 0B 1B \end{array} \right\}$
$G_3 = (\{S\}, \{0, 1\}, P_3, S)$ $P_3 = \{ S \rightarrow \varepsilon 0 01S 1S \}$	$G_4 = (\{S, A, B\}, \{0, 1\}, P_4, S)$ $P_4 = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow 0B 1A \\ A \rightarrow 0 0S 1AA \\ B \rightarrow 1 1S 0BB \end{array} \right\}$

1. Pour chacune de ces grammaires, dites si elle est régulière ou pas.
2. Trouvez les langages engendrés par chacune de ces grammaires.
3. Parmi ces langages, lesquels sont rationnels ?
4. Trouvez l'automate fini correspondant à chaque grammaire dès lors qu'elle est régulière.