Université de Nice – Sophia Antipolis | Licence 3 Informatique
UE Automates & Langages | 2011–2012

TD n^o 1

Langages rationnels et automates finis

Exercice 1) Donnez une expression régulière permettant de décrire les langages suivants :

1. les identificateurs en langage PASCAL : suite alphanumérique commençant par une lettre (il n'y a pas de limitation sur le nombre de caractères). Comment faire pour retirer de cet ensemble le mot-clef `if` par exemple ?
2. les réels en `C` : on suppose que chaque réel a un point (pas une virgule !) et contient au moins un chiffre avant et après le point. Exemples : `+1.0`, `12.34e-5`, `-0.7e07`, `12.001E+9` ...
3. les mots sur $\{0,1\}$ dont la dernière lettre est le *bit de parité*, c'est-à-dire qu'il mémorise la parité du reste du mot (0 si le nombre de 1 est pair, 1 sinon).

Exercice 2) On se place sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Parmi les expressions régulières suivantes, indiquez celles qui décrivent le langage Σ^* :

1. $(a^*b)^* + (b^*a)^*$
2. $(a + b + \varepsilon)^+$
3. $a^* + a^*(ba^*)^+$
4. $(a^*b^+ + b^*a^+)^*$
5. $a(a + b)^* + b(a + b)^*$
6. $(a^*b^*)^+$
7. $(\varepsilon + b)^*.\,(ab^*)^*$
8. $a^*(b^+a^+)^*b^*$
9. $(a + b + \varnothing)^*$

Exercice 3) Considérons l'automate fini $\mathcal{A} = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F)$ sur l'alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$, avec $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$ et $F = \{q_3\}$. La fonction δ se déduit aisément du schéma suivant :

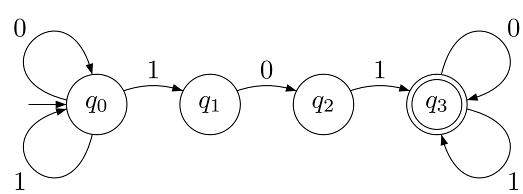

FIG. 1 – L'automate fini $\mathcal{A}$

1. Donnez une expression régulière décrivant le langage L reconnu par l'automate $\mathcal{A}$.
2. Comment décririez-vous le langage L en français ? Et le langage L^* ?
3. Construisez puis dessinez l'automate $\mathcal{D}$, obtenu en déterminisant l'automate $\mathcal{A}$ précédent.
4. Tentez de trouver directement à partir de $\mathcal{A}$ un autre automate déterministe $\mathcal{D}'$, *plus simple* que l'automate $\mathcal{D}$.
5. En déduire un automate déterministe C pour reconnaître le langage $\overline{L}$, le complémentaire de L à A^*.

Exercice 4) Décrivez des automates finis déterministes qui reconnaissent les langages suivants sur l'alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$:

1. Le langage L des mots qui commencent et qui finissent par le symbole 0.
2. Le langage M des mots dont la dernière lettre est un bit de parité.
3. Le langage constitué des mots de L et de M réunis *(l'idée est de créer un nouvel état initial, de le relier à chacun des deux automates précédents par ε-transition puis de déterminiser le tout).*

Exercice 5) Σ étant un alphabet donné, retrouvez à quel ordre correspond la définition inductive suivante :

Base : $\varepsilon \leq \varepsilon$

Induction : $\forall u, v \in \Sigma^*, \forall \alpha \in \Sigma,$ si $u \leq v$ alors : $u \leq \alpha v$
$u\alpha \leq v\alpha$

Exercice 6) Montrez que, sur un alphabet A donné, l'ensemble des expressions régulières est dénombrable (infini dénombrable même). L'idée est d'ordonner les expressions régulières de telle sorte à les mettre facilement en bijection avec $\mathbb{N}$. Que peut-on en déduire concernant les langages rationnels sur l'alphabet A ?